

## Sujet

Dans l'espace, rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points :

$$A(2; 0; 3), B(0; 2; 1), C(-1; -1; 2) \text{ et } D(3; -3; -1).$$

### 1. Calcul d'un angle

- a. Calculer les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  et en déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.
- b. Calculer les longueurs AB et AC.
- c. À l'aide du produit scalaire  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ , déterminer la valeur du cosinus de l'angle  $\widehat{BAC}$  puis donner une valeur approchée de la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$  au dixième de degré.

### 2. Calcul d'une aire

- a. Déterminer une équation du plan  $\mathcal{P}$  passant par le point C et perpendiculaire à la droite (AB).
- b. Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).
- c. En déduire les coordonnées du projeté orthogonal E du point C sur la droite (AB), c'est-à-dire du point d'intersection de la droite (AB) et du plan  $\mathcal{P}$ .
- d. Calculer l'aire du triangle ABC.

### 3. Calcul d'un volume

- a. Soit le point F(1; -1; 3). Montrer que les points A, B, C et F sont coplanaires.
- b. Vérifier que la droite (FD) est orthogonale au plan (ABC).
- c. Sachant que le volume d'un tétraèdre est égal au tiers de l'aire de sa base multiplié par sa hauteur, calculer le volume du tétraèdre ABCD.